



II DISEGNO NELLE CARTE STRUTTURATE

Carolina Carluccio

UNISA - Università degli Studi di Salerno (Italia), Dipartimento di ingegneria Civile
c.carluccio@unisa.it

RESUMEN

Cada individuo adapta y ordena sus propios conocimientos a través de la percepción, la inteligencia descifra las experiencias, coordina las sensaciones y las transforma en cargo de conocidos. La creatividad es el fruto de elaboraciones de los conocimientos, un individuo con pequeñas experiencias, no podría ser creativo. La simetría tiene un papel fundamental en el proceso perceptivo y el mundo natural ofrece varios ejemplos de regularidad y simplicidad. En la didáctica para la infancia es importante trabajar con las figuras simétricas para ejercitar la observación, para desarrollar la atención, la fantasía, y por lo tanto la creatividad. Los papeles estructurados son una ayuda óptima para trabajar sobre las figuras simétricas, con un trabajo que deba ser articulado y progresista para acercar el niño a diseños que articula cada vez más articulados.

Palabras-clave: Simetría, retículo, niños

1 Simmetria e matematica

Questo lavoro nasce dall'idea che "fare" matematica coi bambini deve essere un "apprendere per scoperta" creando occasioni per operare praticamente e concretamente con concetti matematici. Altro presupposto della ricerca è che la simmetria ha un ruolo basilare nella percezione delle forme geometriche. Viviamo immersi in un mondo fatto di forme sistemate in ripetizione, ovvero ordinate secondo schemi precisi fatti di combinazioni che presentano una regolarità che in genere ci sfugge. Ernst H. Gombrich scriveva che "assumiamo di sfondo", una ricchezza di motivi di cui "raramente ci soffermiamo ad analizzare gli intrecci"^[1].

La ricorrenza delle simmetrie sussiste sia nelle forme naturali che nei motivi ornamentali prodotti dall'uomo, ma quando si tratta di definire e classificare le "forme", intervengono in modo determinante il peso dell'interpretazione e le modalità percettive. La percezione, ovvero l'atto della mente di prendere conoscenza degli stimoli esterni, essendo oggetto di rielaborazione mentale, è personale: ciascun individuo adatta e ordina le proprie conoscenze dopo averle interpretate dando un significato complessivo alle singole esperienze, dunque non è solo una

registrazione sensoriale, ma una complessa interpretazione della realtà, dove i fattori culturali sono determinanti nel riconoscimento di uno schema piuttosto che di un altro e, all'interno di una forma esaminata, spesso la percezione induce agli errori "istintivi". Il concetto di simmetria è radicato nell'uomo, il suo stesso corpo si sviluppa nello spazio simmetricamente, è un concetto familiare, intuitivo, insito anche nei più piccoli particolari della natura, si coglie nel paesaggio riflesso sulle acque, sulle ali delle farfalle, nel fiore, ecc., gli occhi non percepiscono il modello geometrico, ma quello formale, intuiscono a livello inconscio la presenza dello schema ripetitivo e della regolarità.

Il termine simmetria, dal greco *symmetros*, ovvero ben commisurato, ben proporzionato, anticamente veniva usato sia in senso morale che in senso geometrico - spaziale. Nel linguaggio moderno il termine ha perso i connotati morali conservando sia quelli estetici, con un significato corrispondente all'eleganza delle proporzioni, all'armonia e alla gradevolezza, sia quelli puramente scientifici rivolti verso la geometria e la matematica, per le quali il discorso sulla simmetria si fa più rigido e rigoroso. La simmetria dei motivi ornamentali, delle decorazioni, dell'architettura è la traccia di una simmetria strutturale profonda che è possibile cogliere solo da un punto di vista matematico, che ne è la radice. Il ragionamento matematico può offrire una ampiezza di sguardo sufficiente a scoprire il ritmo nascosto nelle forme, a trovare la chiave di lettura significativa.

L'idea di simmetria e il tentativo di penetrarne il significato più profondo hanno stimolato da sempre la ricerca e lo studio dei matematici; alla fine del XVIII secolo la scoperta dell'*aritmetica delle trasformazioni* aprì la porta a nuovi risultati, che continuano ad influenzare non solo la stessa matematica, ma anche le altre scienze (fisica, chimica, cristallografia, medicina, ecc.). I matematici si interessano non tanto alla forma degli oggetti simmetrici, quanto alle trasformazioni che si possono realizzare. Nel linguaggio matematico la parola simmetria fa riferimento alla proprietà dell'oggetto di rimanere invariato e indistinguibile nello spazio e nel tempo qualora sia sottoposto ad una serie di interventi, detti appunto di simmetria. Queste operazioni consistono in movimenti rigidi che spostano e ripetono la figura senza alterarne le dimensioni. [2]

La simmetria di una figura è la trasformazione che lascia invariata la forma cambiandone la posizione nello spazio, implica struttura e ritmo; è qualcosa che si ripete e che può ripetersi in molti modi diversi. Tutte le figure che al nostro occhio appaiono simmetriche hanno una caratteristica in comune: sono costituite dalla ripetizione di un "modulo" (una piccola parte della figura) secondo inequivocabili regole che sono diverse da figura a figura. Nel piano, le possibili operazioni di simmetria che consentono di modificare la posizione di un oggetto rispetto ad un sistema di riferimento sono la rotazione, la riflessione, il ribaltamento e la traslazione. Con la traslazione si ottengono immagini, concettualmente infinite da destra e da sinistra.

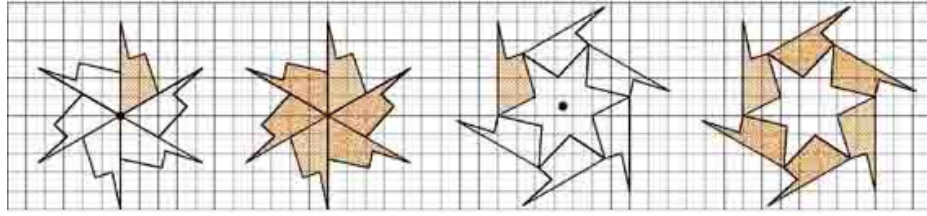


Figura 1: Due immagini uguali per modulo e struttura: la regola che li unisce è la rotazione, cambia il centro della rotazione.

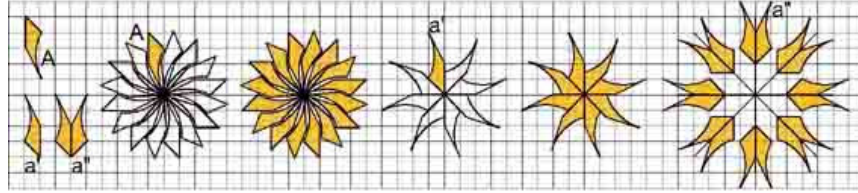


Figura 2: Possibili giochi di simmetrie realizzate con il modulo **A** (a' è **A** ribaltato e specchiato, a'' è a' specchiato e abbinato)

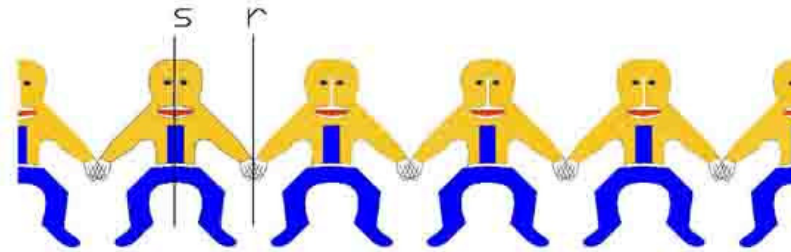


Figura 3: Operazioni di simmetria realizzati con riflessione e traslazione

Il compito della matematica è quello di afferrare e analizzare i diversi possibili intrecci, ovvero esaminare le modalità con cui è possibile combinare le trasformazioni, proporsi per generarne delle nuove, indicare le strutture fondamentali, contarle, confrontarle e classificarle.[3]

Nelle immagini della figure 1 e 2 l'operazione principale è la rotazione, tenendo fisso il modulo, nella seconda figura il modulo viene anche ribaltato e specchiato.

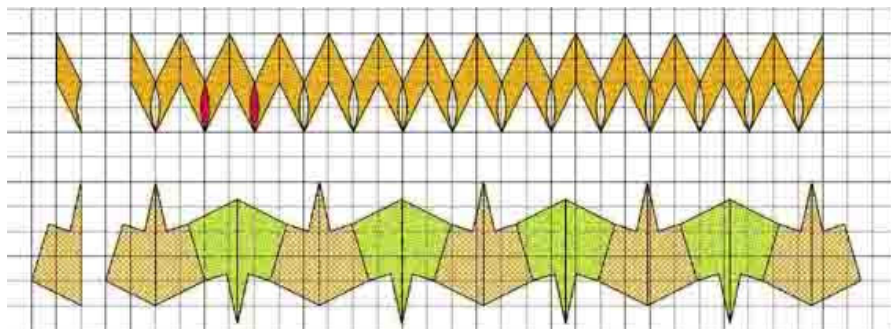


Figura 4: Operazioni di simmetria realizzati con riflessione e traslazione, immagini, concettualmente infinite da destra e da sinistra.

Le regole per costruire la figura 3 sono la riflessione e la ripetizione del modulo a destra e a sinistra per quante volte si vuole, nella figura 4 in più c'è la riflessione oltre al ribaltamento e alla traslazione.

Nelle immagini delle figure 3 e 4, c'è solo la direzione orizzontale lungo la quale il disegno si sviluppa, mentre più volte ci capita di cogliere strutture simmetriche in disegni che ripetono il modulo in più direzioni per un numero infinito di volte. È il caso della figura 5 dove non solo il modulo si sviluppa in più direzioni, ma ci da anche l'idea di una struttura illimitata, una struttura, cioè, che può svilupparsi all'infinito in tutte le direzioni.

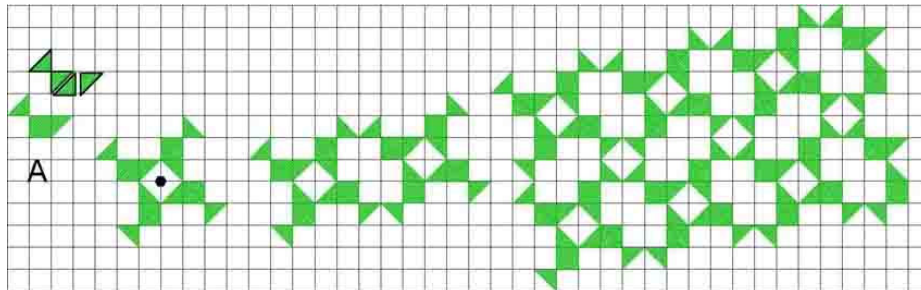


Figura 5: Il modulo 'A' è composto da tre triangoli rettangoli, è stato ruotato intorno ad un centro (4 moduli), il prodotto è stato traslato facendo collimare i vertici dei triangoli

L'insieme delle regole e modalità con cui è possibile ricostruire una figura simmetrica a partire dal modulo, costituiscono una struttura matematica ben precisa chiamata *gruppo di simmetria*, in base alla quale si possono classificare le figure rispetto alla loro simmetria. Il gruppo di simmetria di una figura è dunque, l'insieme di tutte le trasformazioni che la lasciano invariata.

Queste trasformazioni devono soddisfare tre regole fondamentali:

- l'esistenza dell'elemento neutro, che lascia invariata qualsiasi figura;
- l'unicità dell'inverso, (operazione che riporta la figura alla posizione di partenza);
- la proprietà associativa (se un gruppo comprende due trasformazioni, si possono eseguire indifferentemente prima l'una e poi l'altra).

Di fronte alla grande varietà degli esempi di simmetria che ci circondano, la matematica si è chiesta se fosse possibile classificare i gruppi discreti di una figura, ossia le trasformazioni che, applicate ad un qualunque punto P della figura, originano altri punti "abbastanza lontani" dal punto P. Non rientrano nei gruppi discreti il gruppo di simmetria di una circonferenza e il gruppo di simmetria di una retta. Nella circonferenza, infatti, se prendiamo un qualunque punto P di essa (diverso dal centro O), i punti che si ottengono applicandogli le trasformazioni del gruppo sono tutti punti della circonferenza stessa, e quindi fra di essi ci sono punti vicinissimi a P. Il gruppo di simmetria di una retta è anch'esso non discreto perché contiene, fra le traslazioni, tutte quelle parallele alla retta; possiamo quindi trovare in esso anche traslazioni che spostano

P in punti a lui abbastanza vicini.

La classificazione dei gruppi discreti di simmetria, per quanto riguarda il piano, comprende tre categorie:

1. I rosoni, che non contengono traslazioni;
2. I fregi, che contengono traslazioni in una sola direzione;
3. I mosaici, che contengono traslazioni in direzioni diverse.

La categoria dei rosoni, a sua volta, si divide in due sottoinsiemi: i gruppi ciclici, che contengono solo rotazioni di centro O e di angoli sottomultipli dell'angolo giro; i gruppi diedrali, che contengono tante rotazioni di centro O quante riflessioni in rette passanti per O .

2 Moduli per campi strutturati

La geometria Euclidea, con il sussidio di teoremi facilmente rappresentabili, ha svolto un ruolo fondamentale nell'insegnamento scientifico. I punti, le linee, i triangoli e gli altri enti di cui si discute in geometria, non sono oggetti reali, ma la possibilità di disegnare figure concrete fornisce un grande aiuto allo sviluppo dell'intuizione. La geometria Euclidea abitua ad utilizzare "enti teorici" per descrivere "oggetti concreti". Questo insegnamento è basilare nella formazione del pensiero; nella scuola di base occorre porre molta attenzione al passaggio operativo dal piano dell'astrazione alla realtà concreta e tangibile, poiché la mente dei bambini ha bisogno di continui esperimenti spazio-temporali (pratiche motorie, manipolatrici e iconografiche) per accettare le astrazioni geometriche. Gli schemi e le regole proprie della matematica non esistono in natura, ma sono fondamentali perché consentono all'uomo di organizzare le immagini del reale, analogamente nell'insegnamento della geometria è importante ricollegarsi al vissuto dei bambini, affinché gli esercizi riescano a creare un collegamento tra l'astratto e la realtà consentendo loro di interpretare lo spazio, il tempo e le cose che li circondano.



Figura 6: Mattonelle ottocentesche della scuola napoletana in cotto smaltato.



Figura 7: Decorazioni dell'Alhambra a Granada e disegni di Escher

Già nella scuola dell'infanzia - e con approfondimenti successivi nella scuola primaria - si possono realizzare percorsi educativi per utilizzare la simmetria, percorsi che sotto forma di gioco, conducano il bambino ad appropriarsi di questi concetti matematici, oltre a stimolare l'attenzione e la creatività. La natura, l'arte, le tradizioni possono offrire infiniti esempi da osservare e riprodurre, partendo da schemi semplici verso schemi via via più complessi. Per l'insegnamento di queste materie, l'utilizzo di fogli a quadretti consente inconsueti giochi di trasformazioni che possono condurre il bambino all'individuazione di forme geometriche, a osservare più attentamente le elaborazioni scientifiche e creative dell'uomo. Un semplice foglio a quadretti può essere il punto di partenza per scoprire un universo straordinario, ricco di strutture originali e curiose dalle quali si possono ricavare una serie infinita di giochi.

Attraverso l'esplorazione di immagini opportunamente scelte dalle forme appartenenti alle tradizioni o dall'osservazione dei disegni di Escher, il bambino si dispone al ragionamento, all'accettazione delle leggi della natura, si avvicina al concetto di simmetria, dove simmetria vuol dire regolarità, precisione, esattezza: "I fisici non si accontentano di trovare spiegazioni ai singoli fenomeni. Adesso sono convinti più che mai che la natura abbia un disegno nascosto di cui la simmetria è l'ingrediente principale." [4] L'arte di Escher iniziò proprio dall'osservazione dei modelli geometrici delle mattonelle che decorano sia gli interni dell'Alhambra di Granada che della moschea di Cordoba: rimase affascinato dalla regolarità in cui era diviso lo spazio e da qui cominciò a lavorare in maniera scientifica sulle carte strutturate costruendo le sue griglie in maniera meticolosa, adattandole con fantasia e creatività. I suoi disegni non sono solo regolarità e simmetrie, ma molti nascono da paradossi percettivi, la realtà rappresentata è una realtà geometrica infinita che deve generare emozioni. I fogli a quadretti che gli alunni utilizzano per gli esercizi di aritmetica possono essere impiegati come reticoli, un foglio a quadretti possiede proprietà geometriche infinite. Importante è cominciare a piccoli passi, creare figure semplici asimmetriche di pochi segni, come nella fig. 5. La forma potrà essere associata in tutte le possibili forme simmetriche: raggiate, bilaterale, spostando il centro per quanti spigoli possiede la figura, specchiata, traslata lungo un asse, entro una striscia. Gli esercizi sono numerosi, fondamentale è dare una regola al gioco, perché le figure vengano fuori, la creatività faccia da padrona portando alla creazione di forme sempre nuove. Altro lavoro impegnativo da realizzare gradatamente è la coloritura secondo schemi preordinati, secondo gradazioni di colori da sperimentare, per creare tessiture da copiare o inventare.



Figura 8: Sperimentazioni su carte strutturate semplici.

La tecnica del disegno su reticolo è molto utilizzata nella scuola, ma rischia di essere ripetitiva annoiando il bambino, se invece si utilizzano carte strutturate diverse, il disegno può deformarsi, allungarsi, ruotare ed il gioco diventare più interessante. Le Metamorfosi di Escher

appartengono ad un mondo vicino al bambino abituato a fantasticare, deformare ed esagerare, ed è per questo che l'osservazione di tali disegni darà facilmente origini a nuove invenzioni.

Le capacità del gioco non si limitano a quelle intuitive, perché i bambini devono continuamente controllare i parametri che variano, distinguendoli da quelli che rimangono inalterati: essi sono obbligati a seguire dei ragionamenti, di carattere topologico e logico, aiutandosi con l'intuizione. Attraverso un percorso operativo avverrà il processo di apprendimento, e il bambino si abituerà a possedere lo spazio e a coprirlo senza lasciare vuoti.

“L'attività di disporre copie uguali di una data figura su una superficie in modo che nessuna zona di questa sia scoperta, corrisponde a determinare la sua area rispetto a un'unità di misura costituita dalla figura data. Effettuare queste attività a scuola con sagome ritagliate da cartoncini, rappresenta un prerequisito per affrontare le difficoltà relative a capire cosa significa misurare le superfici”. [5]

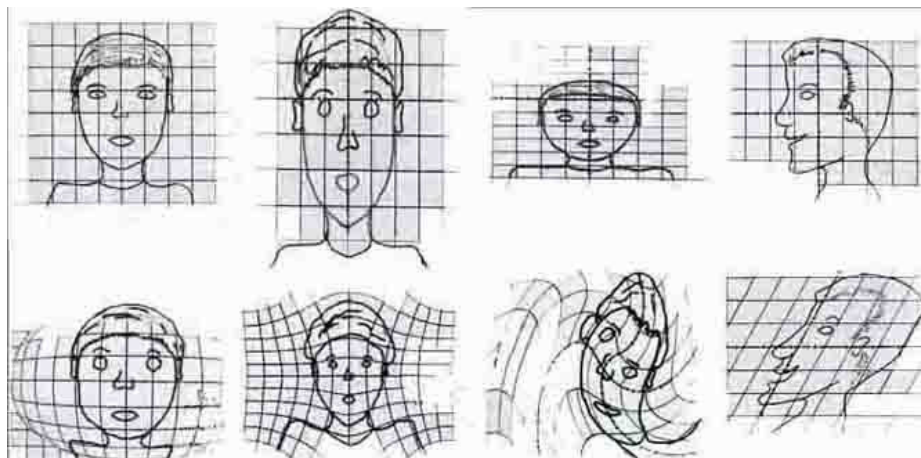


Figura 9: Le carte elaborate possono essere utilizzate per deformare disegni semplici.



Figura 10: Disegni ispirati alle traslazioni di Escher, su schemi esagonali e romboidali.

3 Esercizi con il Tangram

Il Tangram è un antico puzzle di origine cinese, realizzato con un quadrato suddiviso in sette parti: 2 triangoli piccoli, 1 medio, 2 grandi, 1 parallelogramma e un quadrato. Esso è facilmente realizzabile con cartoncino colorato, ogni pezzo si chiama tan sono state elaborate circa 1600 figure diverse. Un gioco che favorisce la concentrazione, un ottimo esercizio matematico per la comprensione delle figure e dello spazio, inserito spesso nelle scuole come

proposta didattica. I problemi geometrici che sorgono dal Tangram sono molti e a vari livelli di difficoltà.

Con i sette tan si dovrà prima di tutto ricomporre il quadrato, operazione non semplice per passare gradualmente alle figure e ve ne sono migliaia [6]. Con i tan si possono comporre dodici poligoni convessi ed ecco che la geometria si trasforma in gioco.

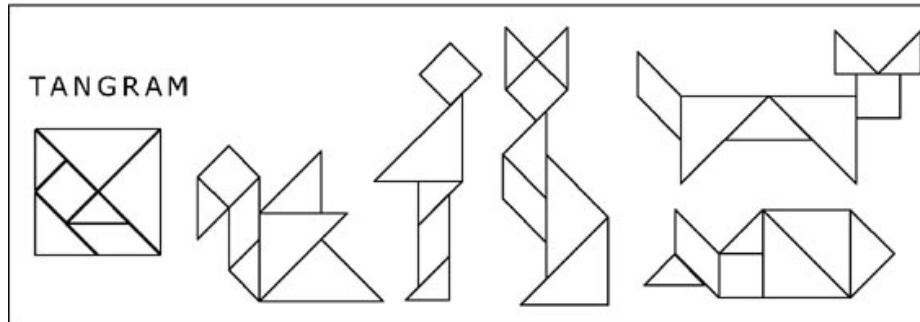


Figura 11: Il Tangram e alcune figure semplici realizzate.



Figura 12: Gioco di simmetrie generate dall'osservazione di un tappeto, le figure sono state ricavate con i pezzi del tangram, poi ricalcate su di un foglio.

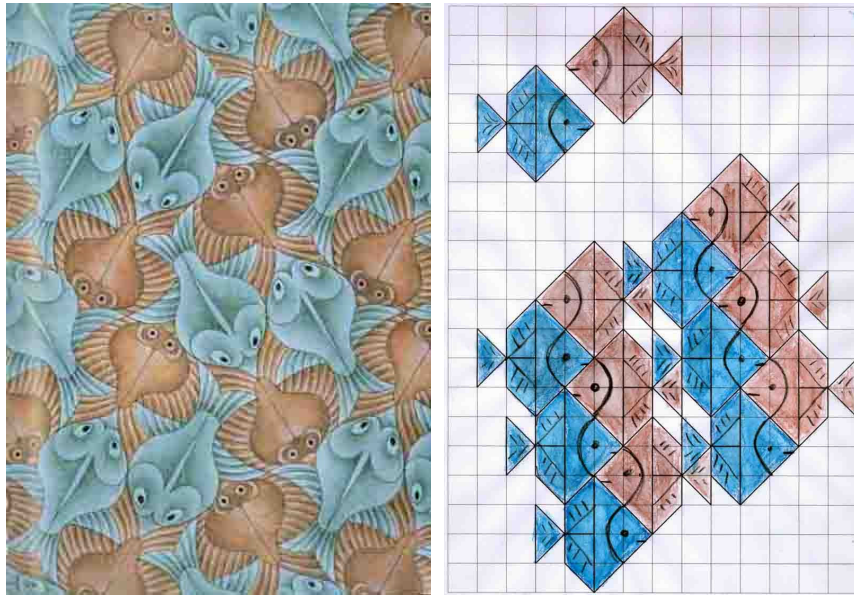


Figura 13: Gioco di simmetrie generate dall'osservazione di un disegno di Escher, le figure ottenute con i tan sono state ricalcate su di un foglio a quadretti

“Progettare è facile quando si sa come si fa. Tutto diventa facile quando si conosce il modo di procedere per giungere alla soluzione di qualche problema, e i problemi che si presentano nella vita sono infiniti: problemi semplici che sembrano difficili perché non si conoscono e problemi che sembrano impossibili da risolvere. Se si impara ad affrontare piccoli problemi si può pensare anche di risolvere poi problemi più grandi.” [7].

Riferimenti Bibliografici

-
- [1] [Gombrich, E. H. Il senso dell'ordine, Torino 1984
 - [2] [Cfr. LIVIO Mario, L'equazione impossibile, BUR, Milano 2006.
 - [3] Cfr. per le strutture simmetriche:P. BELLINGERI, M. DEDÒ, S. Di SIENO, C. TURRINI, Il ritmo delle forme Mimesi, Palermo 2001.
 - [4] |Op. cit.LIVIO Mario, pag. 65.
 - [5] [Giorgiolo B, Da Pollicino ad Escher, edizioni Junior, Bergamo 2004
 - [6] [Cfr. Joost Elffers, Michel Schuyt, *Tangram, le vieux jeu de formes chinois*, Editions du Chêne, 1974, trad.italiana a cura di Francesca del Moro, Tangram, l'antico rompicapo cinese, Taschen, Modena 2006, con 1600 figure.
 - [7] |Munari Bruno, Da cosa nasce cosa, Laterza, Bari 1997, pag. 8.